Die Bearbeitung dieses Übungsblatts ist freiwillig (aber empfohlen). Gekreuzte Beispiele werden als Extrakreuze gewertet.

62. Bestimmen Sie alle Werte von
    (a) $\ln(-2i)$,
    (b) $\ln(2+3i)$,
    (c) $(1+i)^{-4i}$.

63. Sei $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ eine Funktion.
    (a) Zeigen Sie: Ist f in $x_0 \in (a,b)$ differenzierbar, so ist
    $$f'(x_0) = \lim_{\substack{h\to 0\\ h\neq 0}} \frac{f(x_0+h) - f(x_0-h)}{2h}.$$
    (b) Belegen Sie anhand eines Beispiels, dass aus der Existenz des Grenzwertes in (a) nicht schon die Differenzierbarkeit von f in x_0 folgt.

64. Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine Funktion mit $|f(x)| \leq x^2$ für alle $x \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass f in 0 differenzierbar ist und berechnen Sie $f'(0)$.

65. Bestimmen Sie die rechts- und linksseitigen Ableitungen von $f(x) = x\,|x| + 1$ in $x = 0$.

66. Bestimmen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen:
    (a) $\ln(1+e^x)$
    (b) $\frac{x}{\ln(e^x+1)}$
    (c) x^x
    (d) $x^2 \sin(x)^2 \cos\left(e^{x^2}+1\right)$

67. Zeigen Sie die Leibniz-Produktregel. D.h. Beweisen Sie, für $f, g \in \mathcal{C}^k(\mathbb{R})$
    $$(f\cdot g)^{(k)} = \sum_{i=0}^{k} \binom{k}{i} f^{(i)} g^{(k-i)}.$$